

Pendolo Conico di Newton

di
Pasquale Naclerio

01/07/2012

Introduzione

Questa relazione è suddivisa in diverse fasi: come prima fase vi è la spiegazione teorica dell'esperimento; successivamente spiegherò la costruzione, accennando alle varie problematiche incontrate; in fine vi sarà la trattazione delle misure effettuate con relativi risultati e conclusioni.

Descrizione teorica dell'esperimento

Newton studiò questo esperimento per il calcolo dell'accelerazione di gravità g , l'esperimento era costituito da un pendolo, formato da una corda di lunghezza 81 pollici e di una peso con una certa massa. Successivamente il pendolo veniva fatto ruota con moto circolare con un angolo di rotazione a 45° , misurando il tempo che il pendolo impiegava a completare un giro Newton calcolò g .

Chiamo, m la massa del pendolo, L la lunghezza del pendolo, R il raggio della circonferenza descritta, ϑ l'angolo di rotazione e T il suo periodo di rotazione. Posso così fare le seguenti considerazioni.

Osservo che la velocità V è costante perché $V = \frac{2\pi R}{T}$, successivamente per la seconda legge di Newton ho che $\sum F_y = 0$ perché $a_y = 0$ allora la prima relazione è $F_T \cos\vartheta = mg$, ho poi la seconda relazione $\sum F_x = F_T \sin\vartheta = ma_c$ dove $a_c = \frac{V^2}{R}$.

Quindi in fine se faccio il rapporto tra la seconda relazione e la prima e tenuto conto che per le relazioni sui triangoli $R = L \sin\vartheta$ e che $V = \frac{2\pi R}{T}$ allora: $\frac{\sin\vartheta}{\cos\vartheta} = \frac{(4\pi^2 L^2 \sin\vartheta)}{(L \sin\vartheta g T^2)}$ con le dovute semplificazioni ottengo in fine la formula per g :

$$g = \frac{(4\pi^2 L \cos\vartheta)}{T^2}$$

Costruzione dell'esperimento

Notato che nella formula non compare la massa, allora volevo usare questo fatto a mio vantaggio, per prima cosa ho costruito una struttura molto alta per poter appendere il pendolo dato che volevo cercare di ripetere l'esperimento di Newton con i suoi dati una corda di 81 pollici e quindi 2,057m e un angolo ϑ di 45° . Il primo grande problema fu come capire a che angolo il mio pendolo girasse e come soluzione intervenne l'assenza della massa dato che potevo usare un qualsiasi peso, pensai che se fossi riuscito a calcolare il raggio della circonferenza descritta dal pendolo avrei potuto con facilità una volta conosciuta l'altezza calcolare l'angolo, ma l'idea se pur interessante aveva delle problematiche. Per prima cosa pensai di usare un tracciante e quindi un modo per disegnarla, allora pensai di usare un piccolo sacchetto di borotalco su cui praticare un foro da attaccare sul peso, il

borotalco doveva uscire e disegnare la circonferenza su un foglio di carta nero posto sotto il pendolo ma purtroppo il borotalco non usciva agevolmente anzi rimase molto compatto. Allora pensai ad usare del colorante ma cause di forza maggiore (mia madre) mi impedirono di far ruotare un peso con del colorante in casa rischiando che qualche schizzo sporcasse i muri. Alla fine mi arresi e pensai di calcolare l'angolo tramite un piccolo triangolo retto isoscele di carta, sapevo che gli angoli alla base erano di 45° quindi il mio limite. Per il Teorema dei Triangoli simili sapevo che se mettevo il triangolino al vertice di rotazione allora l'angolo che la corda formava passando per la carta era uguale all'angolo di rotazione, così non dovevo far altro che misurare a che distanza il filo passava sul triangolo ruotando in modo da sapere il cateto denominato x , invece il cateto y lo avevo posto io di $y = 0,05\text{m}$. Con questo espediente sapevo anche il momento esatto in cui il pendolo completava un giro perché sarebbe passato sul triangolo urtandolo. Usai un piombo da muratore per il peso, un filo da pacchi per la corda con una lunghezza di $L = 2,0053\text{ m}$. Mi accorsi presto che fare un angolo di 45° era problematico perché non avevo abbastanza spazio per poter far girare il pendolo, così decisi che qualsiasi angolo il pendolo girando avrebbe fatto lo avrei misurato e usato quello. Misi in moto il pendolo a mano e appena la rotazione sembrò circolare allora lo mollai e feci partire il cronometro.

Triangolo di Carta



Misurazioni

Ecco il risultato della mia misurazione.

$$T = 3,1\text{ s}$$

$$x = 0,014\text{m}$$

non ho altre misure perché anche se l'esperimento è stato fatto 5 volte non ha dato risultati sensibilmente differenti.

Elaborazione dei risultati

Per prima cosa ho calcolato l'angolo con la formula $\vartheta = \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$ ho ottenuto :

$$\vartheta = 15,64^\circ$$

ora con i dati:

$$\vartheta = 15,64^\circ$$

$$L = 2,053 \text{ m}$$

$$T = 3,1 \text{ s}$$

faccio il calcolo di g

$$g = \frac{(4\pi^2 L \cos\vartheta)}{T^2}$$

$$g = 8,12 \text{ m/s}^2$$

Errori

Ora considero gli errori commessi sulle misurazioni stimandoli così:

Errori Assoluti

$$\Delta T = \pm 0,1 \text{ s}$$

$$\Delta L = \pm 0,1 \text{ m}$$

$$\Delta x = \pm 0,001 \text{ m}$$

Errori Relativi

$E_r = \frac{E_a}{M}$ dove E_r è l'errore relativo, E_a è l'errore assoluto e M sarebbe la media della misura ma io userò il valore esatto.

Per T ho

$$E_T = \frac{0,1}{3,1} = 0,032$$

Per L ho

$$E_L = \frac{0,1}{2,053} = 0,049$$

Per x ho

$$E_x = \frac{0,001}{0,014} = 0,071$$

Ora per il calcolo dell'errore di g ho che

$$E_g = (E_T + E_L + E_x) g = \pm 1,2$$

Conclusione

Ho trovato che g è:

$$g = 8,12 \pm 1,2 \text{ m/s}^2$$

Questo risultato approssima con un accuratezza del 14% il risultato odierno di $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

Concludo credendo che con i mezzi a mia disposizione e le difficoltà trovate nella misurazione il mio risultato sia soddisfacente, più che altro per essere riuscito ad arrivare a un risultato coerente ma più che altro per il divertimento trovato nel dover ideare l'esperimento.