



Università degli Studi di Trieste

FACOLTA' DI INGEGNERIA
Corso di Laurea Triennale in Ingegneria dell'Informazione

Tesina di Probabilità, Statistica e Stocastica

Percezioni e Probabilità

di
Naclerio Pasquale

1) Introduzione

Spesso nella vita quotidiana ci si trova a dover compiere delle scelte, prendiamo tali scelte sulla base di una percezione intuitiva della convenienza. Quando poi abbiamo deciso che la cosa è conveniente continuiamo a compiere tale scelta convinti che sia la cosa giusta, magari avvalorata da singoli successi perdendo la visione dell'insieme, alla fine ci troviamo con un risultato inatteso convinti di aver sempre fatto la scelta più giusta e conveniente. La teoria della probabilità ci può venire in soccorso e prevedere il risultato finale.

2) Il Gioco

Per dimostrare tale mia considerazione iniziale ho ideato un semplice gioco con delle carte, la semplicità del gioco è stata una mia scelta in quanto è più facile trovare l'inganno in maniera intuitiva, ma alla fine dimostrerò come poter rendere il gioco molto meno intuitivo.

Il modello matematico usato per realizzare il gioco è la catena di Markov, questo modello permette in modo semplice e veloce di vedere e calcolare una grande quantità di eventi.

Il gioco usa 8 carte, 6 di cuori e 2 di picche, il giocatore deve pescare una carta e rimetterla nel mazzo che viene rimescolato, questa operazione verrà ripetuta per 3 turni e il gioco finisce al termine del terzo turno. Il giocatore vince il turno se pesca cuori e perde il turno se pesca picche, ora per iniziare il gioco il giocatore deve pagare un euro e vuole poter arrivare a tre euro, ogni turno vinto il giocatore acquista un euro altrimenti ne perde uno. Il giocatore dopo aver letto le regole nel avrà l'impressione che per vincere le sue probabilità siano di $p=6/8=0,75$ il 75% quindi sarà portato a credere che ha molte probabilità di vincere, non si interrogherà quindi sullo sviluppo dell'intero gioco. Dato che il gioco dura un numero limitato di turni è facile capire che in realtà le probabilità di passare da un euro a tre euro in tre turni non è possibile perchè non esiste nessuna combinazione di vittorie e sconfitte che possa garantire un tale risultato finale.

Una persona è portata a credere che mediamente potrà vincere mezzo euro ogni turno quindi in tre turni alla peggio si attende una vittoria di un euro e mezzo.

$$E(x) = 1(6/8) - 1(2/8) = 1/2$$

Se ci fermassimo a questa considerazione la convenienza del gioco sarebbe ovvia, ma in verità grazie alle Catene di Markov si può dimostrare che la probabilità di vittoria alla fine è zero.

3) Modello con Markov

Rappresento con la matrice di Transizione gli eventi, ricordando che si parte da zero perchè esiste la probabilità di perdere il proprio euro nel primo turno.

$$p=6/8 \quad q=1-p=2/8$$

Il capitale del giocatore è $a = 1$ quello del gioco è di $b = 3$ quindi $a + b = 4$

allora ho una matrice P 5×5 fatta così:

	0	1	2	3	4
0	1	0	0	0	0
1	(2/8)	0	(6/8)	0	0
2	0	(2/8)	0	(6/8)	0
3	0	0	(2/8)	0	(6/8)
4	0	0	0	0	1

Ora calcolo P^3 perché voglio sapere cosa accade al terzo turno

	0	1	2	3	4
0	1	0	0	0	0
1	0,3	0	0,28	0	0,42
2	0,07	0,09	0	0,28	0,56
3	0,02	0	0,09	0	0,9
4	0	0	0	0	1

Come si nota la probabilità di passare dallo stato uno allo stato tre è zero.

Il gioco è ovviamente costruito in modo da far perdere basterebbe cambiare l'obiettivo del giocatore per rendere possibile una vittoria, se si decidesse di arrivare a 2 euro in tre turni la probabilità sarebbe del 28%, in fine l'evento più certo sarebbe di passare da un euro a quattro con il 42% di probabilità.

Tutto questo sembra banale ma il gioco è stato reso a posta banale, già se si aumentasse a il numero di turni di gioco risulterebbe molto più difficile da decifrare, una condizione analoga in cui si promette al giocatore di vincere tre euro da uno è con 9 turni e così per potenze di 3.

Infatti è interessante notare che per P^k dove $k=3^n$ il giocatore non potrà mai sperare di vincere tre euro giocandone uno, sostanzialmente ogni volta che il gioco dura un numero di turni che è una potenza di 3 il giocatore non potrà mai sperare che l'evento desiderato si avveri, inoltre per $n \rightarrow \infty$ gli eventi intermedi non si avverano mai ed è sempre più probabile passare dallo stato in cui si è finendo allo stato zero, ovviamente la probabilità di entrare in possesso dell'intero capitale totale cioè 3 del gioco aumenta fino ad arrivare ad una condizione costante delle varie probabilità nella catena.

Per $P^{(3^{100})}$ cioè gioco 3^{100} volte

	0	1	2	3	4
0	1	0	0	0	0
1	0,33	0	0	0	0,67
2	0,1	0	0	0	0,9
3	0,03	0	0	0	0,97
4	0	0	0	0	1

Il fenomeno ha inizio a 3^3 da qui i valori si assestano. Ma ancora più rivelante anche se il gioco durasse un numero di volte che è una potenza di due si assesterebbe a tali risultati, infatti dopo 2^5 il fenomeno è analogo a quello di prima.

4) Programma

Di seguito un semplice programma in Java che implementa il gioco cercando di renderlo accattivante per indurre il giocatore a giocare.

```
import java.util.*;

public class Gioco {
    int[] carte;

    public Gioco(){
        carte = new int[8];
    }

    private void riempi(){
        for(int i = 0; i < 6; i++){
            this.carte[i] = 2;
        }
        this.carte[6] = 1;
        this.carte[7] = 1;
    }

    private void mescola(){
        Random in = new Random();
        int a, b, x, y;
        for(int i = 0; i < 50; i++){
            x = in.nextInt(8);
            y = in.nextInt(8);
            a = this.carte[x];
            b = this.carte[y];
            this.carte[y] = a;
            this.carte[x] = b;
        }
    }

    public void stampa(){
        for(int i = 0; i < this.carte.length; i++){
            if(i == 0)
                System.out.print("[ " + this.carte[i]);
            else if( i == this.carte.length-1)
                System.out.println(", " + this.carte[i] + " ]");
            else
                System.out.print(", " + this.carte[i]);

        }
    }

    private String toString(){
        String carte = "";
        for(int i = 0; i < this.carte.length; i++){
            carte += "[x]";
        }
    }
}
```

```
}  
return carte;  
}
```

```
private int startGame(){  
    this.riempi();  
    int punti = 1;  
    Scanner in = new Scanner(System.in);  
  
    for(int i = 0; i < 3; i++){  
        System.out.print("Scegli la carta tra le seguenti " + this.toString() + " ...");  
        int carta = in.nextInt()-1;  
  
        if(this.carte[carta] == 2){  
            System.out.println("Hai pescato cuori: +1");  
            punti++;  
            this.mescola();  
        }  
        else{  
            System.out.println("Hai pescato picche: -1");  
            punti--;  
            this.mescola();  
        }  
    }  
  
    in.close();  
    return punti;  
}
```

```
public void partita() throws IllegalArgumentException{  
    Scanner tast = new Scanner(System.in);  
    System.out.println("Inserisci un euro per giocare. Ci sono otto carte: 6 di cuori e 2 di picche; se  
peschi cuori vinci un euro \n" +  
    "se peschi picche perdi un euro. Il gioco dura ben tre turni. Ogni euro È una vita, quando hai tre  
vite al termine dei tre turni \n" +  
    "vinci tre euro");  
    System.out.println("Inserisci un euro.");  
    int euro = tast.nextInt();  
  
    if(euro != 1){  
        throw new IllegalArgumentException("Euro inseriti non validi!");  
    }  
    else{  
        int result = this.startGame();  
        if(result == 3)  
            System.out.println("HAI VINTO 3 EURO!!");  
        else if(result < 3)  
            System.out.println("Hai perso con vite " + result);  
        else  
            System.out.println("Sballato! Troppe vite " + result);  
    }  
}
```

```
}  
}
```

Una volta compilato il programma aprire una nuova pagina ed inserire il programma main senza il quale non si può giocare, compilarlo ed eseguirlo

```
public class MainClass {  
    public static void main(String[] argg){  
        Gioco game = new Gioco();  
  
        game.partita();  
  
    }  
}
```

5) Conclusione

Con questo semplice gioco ho voluto mostrare in che modo un evento molto semplice e indubbiamente redditizio possa nascondere un grande pericolo. Tali conseguenze potrebbero inoltre porre a riflettere su come molte decisioni casuali con una grande possibilità di alto guadagno momentaneo possano poi portarci a conseguenze inaspettate.

